

양자역학 마스터 레퍼런스 전자기학 형식 재구성판

final + extended 중복 제거 확장

상태공간, 측정, 대칭, 산란, 다체계, 정보, 장론 접점까지

수식 중심 한국어 PDF

업로드된 양자역학 final을 기본본으로 삼고, extended와 비교해 겹치지 않는 R18-R65
계열만 증보

전자기학 마스터 레퍼런스의 Part/Chapter/수식 카드/자가 점검 형식으로 재조판

2026년 7월 7일

이 문서의 범위와 사용법

이 PDF는 사용자가 올린 전자기학 마스터 레퍼런스의 형식 원칙을 양자역학 문서에 옮긴 것이다. 전자기학 문서처럼 큰 Part를 먼저 세우고, 각 장을 연구자용 수식 카드로 정리했으며, 각 카드에는 핵심, 대표식, 조건, 유도 뼈대, 검산, 전자공학/컴공 연결을 넣었다.

비중복 처리 원칙은 다음과 같다. 양자역학 final 문서의 1-26장, A-O 부록, R1-R17 확장 연구 부록은 기본본으로 다시 정리했다. extended 문서에서 final과 겹치는 R1-R17은 반복해서 붙이지 않았고, extended에 추가로 나타난 R18-R65 계열만 “비중복 증보”로 정리했다. 따라서 이 문서는 단순 병합본이 아니라, final을 전자기학 형식으로 재구성한 뒤 extended의 새 주제만 추가한 판이다.

읽는 순서는 세 단계가 좋다. 첫째, 목차에서 필요한 Part를 고른다. 둘째, 해당 카드의 대표식을 먼저 보고 각 기호의 차원을 확인한다. 셋째, 조건과 검산 항목을 따라가며 자신이 직접 한 줄 유도나 극한 검사를 할 수 있는지 확인한다. 양자역학에서는 같은 식이라도 박스 정규화, 델타 정규화, 자연단위, SI 단위, gauge convention에 따라 계수가 달라지므로, 계산 전 convention을 반드시 적어야 한다.

비교 요약: final vs extended

항목	처리 내용
전자기학 기준 형식	Part-장-절 구조, 수식 중심 카드, 연구자 관점, 자가 점검 질문, 풀이 알고리즘을 사용했다.
양자역학 final	기본본으로 사용했다. 1-26장, A-O 부록, R1-R17을 중복 없이 다시 썼다.
extended와의 중복	extended의 R1-R17은 final의 R1-R17과 구조적으로 겹치므로 추가 증보로 반복하지 않았다.
extended의 비중복 추가	R18-R65 계열을 새 증보부로 넣었다. 대칭/군론, 고급 산란, 경로적분, diagram, 양자화학, AMO, Quantum Hall, tensor network, 알고리즘, 오류정정, Keldysh, 대수적 양자역학, 위상질서, localization, metrology, 수치 선형대수, 연구 템플릿을 포함한다.
학습법	답을 외우기보다 각 카드의 조건과 검산 항목을 먼저 따라가라. 수식 하나를 볼 때마다 “정규화, 단위, 경계조건, 대칭, 극한”을 체크한다.

Contents

이 문서의 범위와 사용법	ii
비교 요약: final vs extended	iii
I 기초 구조: 상태, 공간, 측정	1
1 양자역학의 골격	2
1.1 핵심 공리	2
1.2 평균, 분산, 상관	3
1.3 정준 구조	4
1.4 고전 한계와 대응원리	5
1.5 연구자 관점	6
2 힐베르트 공간과 연산자 해석	7
2.1 공간과 기저	7
2.2 자기수반성과 시간발전	8
2.3 스펙트럼 분해와 resolvent	9
2.4 Rigged Hilbert space	10
2.5 연산자 노름과 trace class	11
3 표현, 파동함수, 확률류	12
3.1 슈뢰딩거 표현	12
3.2 운동량 표현과 Fourier 변환	13
3.3 Ehrenfest 정리	14
3.4 정상상태와 경계조건	15
4 동역학 그림과 전파자	16
4.1 Schroedinger, Heisenberg, Interaction 그림	16
4.2 시간순서 지수와 Dyson 전개	17
4.3 전파자	18
4.4 경로적분	19
5 측정, 밀도행렬, 양자채널	20
5.1 혼합상태와 밀도 연산자	20

5.2	일반 측정: POVM과 Kraus 연산자	21
5.3	완전양의 trace 보존 지도	22
5.4	부분추적과 얽힘	23
5.5	연구자 체크포인트	24
II 정확해, 근사법, 산란		25
6	1차원 정확해와 산란 직관	26
6.1	무한 우물과 유한 우물	26
6.2	델타 퍼텐셜	27
6.3	장벽 투과와 transfer matrix	28
6.4	확률류와 S 행렬	29
6.5	결합상태와 scattering pole	30
7	조화진동자와 Gaussian 상태	31
7.1	사다리 연산자	31
7.2	coherent state	32
7.3	squeezed state	33
7.4	생성함수와 열상태	34
8	각운동량, 회전, 스핀	35
8.1	Lie 대수	35
8.2	궤도각운동량과 구면조화함수	36
8.3	스핀 1/2와 Pauli 행렬	37
8.4	각운동량 결합	38
8.5	Wigner-Eckart 정리	39
9	중심 퍼텐셜과 수소 원자	40
9.1	분리와 radial equation	40
9.2	Coulomb 문제	41
9.3	Runge-Lenz 벡터와 숨은 대칭	42
9.4	미세구조	43
9.5	Zeeman과 Stark 효과	44
10	섭동론과 유효 Hamiltonian	45
10.1	비축퇴 시간독립 섭동론	45
10.2	축퇴 섭동론	46
10.3	변분 원리	47
10.4	Hellmann-Feynman과 virial 정리	48
10.5	Schrieffer-Wolff 변환	49
11	시간의존 섭동과 adiabatic 이론	50
11.1	전이진폭	50

11.2	Fermi 황금률	51
11.3	Rabi 진동	52
11.4	Adiabatic theorem과 Berry phase	53
11.5	Landau-Zener 전이	54
12	WKB와 준고전	55
12.1	WKB Ansatz	55
12.2	Bohr-Sommerfeld와 Maslov 보정	56
12.3	터널링 지수	57
12.4	Euclidean path integral과 instanton	58
12.5	Gutzwiller trace formula	59
13	산란 이론	60
13.1	Lippmann-Schwinger 방정식	60
13.2	산란진폭과 단면적	61
13.3	부분파 전개	62
13.4	유효거리 전개와 저에너지 산란	63
13.5	동일입자 산란	64
III	다체계, 장론 접점, 정보와 광학	65
14	동일입자와 2차 양자화	66
14.1	대칭화 공리	66
14.2	생성·소멸 연산자	67
14.3	장 연산자	68
14.4	이상기체	69
14.5	교환상호작용	70
15	전자기장 속 양자입자와 게이지	71
15.1	최소결합과 게이지 불변성	71
15.2	Aharonov-Bohm 위상	72
15.3	균일 자기장과 Landau 준위	73
15.4	Pauli 해밀토니언	74
15.5	Wilson line과 Berry connection	75
16	상대론적 양자역학과 Dirac 이론	76
16.1	Klein-Gordon 방정식	76
16.2	Dirac 방정식	77
16.3	Dirac spinor와 bilinear	78
16.4	Foldy-Wouthuysen 전개	79
16.5	왜 장론이 필요한가	80
17	장론으로 가는 다리	81

17.1	정준양자화	81
17.2	상관함수와 생성 functional	82
17.3	Wick 정리	83
17.4	LSZ와 산란	84
17.5	Renormalization의 물리	85
18	다체 양자역학과 Green 함수	86
18.1	Fock 공간에서의 상호작용	86
18.2	Matsubara Green 함수	87
18.3	선형응답과 Kubo 공식	88
18.4	스펙트럼 함수	89
18.5	경로적분과 Hubbard-Stratonovich	90
19	평균장과 초유체/초전도	91
19.1	Hartree-Fock	91
19.2	Bose-Einstein condensate와 Bogoliubov 이론	92
19.3	BCS 평균장	93
19.4	Nambu 표기	94
20	격자, 밴드, Berry 곡률	95
20.1	Bloch 정리	95
20.2	Berry 곡률과 Chern 수	96
20.3	2밴드 모델	97
20.4	SSH 모형	98
20.5	위상 질서와 entanglement	99
21	열린 양자계와 decoherence	100
21.1	부분계 동역학	100
21.2	Lindblad-Gorini-Kossakowski-Sudarshan 방정식	101
21.3	대표 채널	102
21.4	Kraus 표현 예	103
21.5	비Markovian 방정식	104
21.6	Decoherence와 pointer basis	105
22	양자정보와 양자계산	106
22.1	Qubit과 Bloch 구	106
22.2	기본 gate	107
22.3	Bell 상태와 teleportation	108
22.4	No-cloning	109
22.5	엔트로피와 정보량	110
22.6	Quantum Fourier Transform와 알고리즘 뼈대	111
22.7	오류정정과 stabilizer	112

23 양자광학과 빛-물질 상호작용	113
23.1 전자기장 양자화	113
23.2 Jaynes-Cummings 모형	114
23.3 자발방출	115
23.4 광자 상관과 coherence	116
23.5 Input-output 공식	117
24 양자통계역학과 열역학	118
24.1 Gibbs 상태	118
24.2 KMS 조건	119
24.3 Fluctuation-dissipation	120
24.4 양자 일과 Jarzynski 등식	121
24.5 엔트로피 생성	122
IV 해석, 수치계산, 연구 도구	123
25 양자기초와 해석	124
25.1 EPR와 Bell 상태	124
25.2 CHSH 부등식	125
25.3 Kochen-Specker와 contextuality	126
25.4 Decoherent histories	127
25.5 해석별 핵심 차이	128
26 수치 양자역학과 연구 도구	129
26.1 기저 절단과 diagonalization	129
26.2 시간발전 알고리즘	130
26.3 DMRG와 tensor network	131
26.4 Quantum Monte Carlo와 sign problem	132
26.5 검산 습관	133
V 핵심 수식 아틀라스와 학습 루틴	134
27 부록 A	135
27.1 브라켓과 완비성	135
27.2 Baker-Campbell-Hausdor	136
27.3 불확정성 유도 핵심	137
27.4 Fourier와 델타	138
27.5 Pauli와 spinor identity	139
28 부록 B	140
28.1 Hermite 다항식	140
28.2 Legendre와 Bessel	141

28.3	수소 원자 적분	142
28.4	조화진동자 matrix element	143
29	부록 C	144
29.1	회전 연산자	144
29.2	Tensor operator	145
29.3	Parity와 time reversal	146
29.4	Noether와 Ward identity	147
30	부록 D	148
30.1	Green 함수 identity	148
30.2	Born series	149
30.3	Kramers-Kronig	150
30.4	Lehmann 표현	151
31	부록 E	152
31.1	채널과 거리	152
31.2	Lindblad steady state	153
31.3	Quantum Fisher information	154
31.4	Entanglement criteria	155
32	부록 F	156
32.1	상수 표	156
32.2	원자단위	157
32.3	자연단위	158
32.4	차원 계산	159
33	부록 G	160
33.1	1단계: 계산 언어 고정	160
33.2	2단계: 대학원 핵심	161
33.3	3단계: 연구분야 연결	162
33.4	매주 해야 할 계산 루틴	163
33.5	대표 연구 질문으로 이어지는 길	164
34	부록 H	165
34.1	Floquet 정리	165
34.2	Magnus 전개	166
34.3	Floquet engineering	167
34.4	가열과 prethermalization	168
35	부록 I	169
35.1	유효 비Hermitian 해밀토니언	169
35.2	좌우 고유벡터	170

35.3	PT symmetry	171
35.4	Skin effect	172
36	부록 J	173
36.1	준위통계	173
36.2	Spectral form factor	174
36.3	OTOC와 scrambling	175
36.4	Loschmidt echo	176
37	부록 K	177
37.1	Eigenstate thermalization hypothesis	177
37.2	Diagonal ensemble	178
37.3	Many-body localization	179
37.4	얽힘 성장	180
38	부록 L	181
38.1	제어 해밀토니언	181
38.2	GRAPE gradient	182
38.3	Adiabatic passage와 shortcut	183
38.4	연속측정과 stochastic master equation	184
39	부록 M	185
39.1	표준양자한계와 Heisenberg 한계	185
39.2	Quantum Fisher information for pure states	186
39.3	Spin squeezing	187
39.4	Weak value	188
40	부록 N	189
40.1	기초 계산 20문제	189
40.2	대학원 핵심 20문제	190
40.3	답안 스케치 공식	191
41	부록 O	192
41.1	Floquet와 Magnus	192
41.2	Random matrix 빠른식	193
41.3	비Hermitian 빠른식	194
41.4	Metrology 빠른식	195
VI	final 기반 연구 부록 R1-R17	196
42	엄밀한 수리구조	197
42.1	자기수반성, 영역, 물리적 Hamiltonian	197
42.2	스펙트럼 정리와 함수계산	198

42.3	Rigged Hilbert space와 일반화 고유벡터	199
43	정확해와 특수 퍼텐셜	200
43.1	Delta 퍼텐셜과 접합조건	200
43.2	유한 우물과 장벽	201
43.3	Morse, Pöschl-Teller, inverse-square	202
43.4	Landau 준위와 자기장 속 입자	203
44	조화진동자 확장	204
44.1	Coherent state와 위상공간	204
44.2	Squeezed state	205
44.3	Gaussian state covariance formalism	206
45	각운동량과 원자 선택규칙	207
45.1	Wigner 기호와 재결합	207
45.2	구면텐서와 선택규칙	208
45.3	Fine structure, hyperfine structure	209
46	근사법 심화	210
46.1	Rayleigh-Schrödinger와 resolvent	210
46.2	Schrieffer-Wolff 와 effective Hamiltonian	211
46.3	Magnus 전개와 Floquet theory	212
46.4	고차 WKB와 turning point	213
47	산란 이론 심화	214
47.1	Lippmann-Schwinger와 T 행렬	214
47.2	Partial wave와 effective range	215
47.3	Resonance와 pole	216
48	경로적분과 반고전	217
48.1	생성함수와 상관함수	217
48.2	Stationary phase와 Van Vleck propagator	218
48.3	Instanton과 터널링 splitting	219
49	열린 양자계 심화	220
49.1	Nakajima-Zwanzig projection	220
49.2	Born-Markov와 Redfield tensor	221
49.3	Quantum jump와 no-jump Hamiltonian	222
49.4	Input-output와 quantum noise	223
50	양자정보 심화	224
50.1	거리와 정보량	224
50.2	Choi, Kraus, Stinespring	225
50.3	대표 알고리즘 수식	226

50.4	오류정정과 stabilizer	227
51	다체 Green 함수와 응답	228
51.1	Matsubara Green 함수	228
51.2	Kubo 공식과 fluctuation-dissipation	229
51.3	BCS와 Bogoliubov 대각화	230
51.4	스핀 사슬과 Bethe ansatz의 첫 지도	231
52	위상 양자물질	232
52.1	Berry connection, curvature, Chern number	232
52.2	Two-band model	233
52.3	SSH, Kitaev chain, Majorana	234
53	상대론과 장론 연결	235
53.1	Klein-Gordon, Dirac, conserved currents	235
53.2	Foldy-Wouthuysen 전개	236
53.3	Canonical quantization and propagators	237
53.4	Renormalization group 첫 공식	238
54	계산 양자역학	239
54.1	격자화와 유한차분	239
54.2	Split-operator Fourier method	240
54.3	Lanczos와 Krylov 시간발전	241
54.4	DMRG와 tensor network	242
55	양자기초와 해석	243
55.1	EPR-Bohm과 CHSH	243
55.2	Kochen-Specker와 contextuality witness	244
55.3	Decoherence와 pointer basis	245
56	실험과 측정 신호	246
56.1	Rabi, Ramsey, echo	246
56.2	Fermi golden rule in spectroscopy	247
56.3	Landauer-Büttiker 수송	248
57	연구 논문 검산	249
57.1	단위와 차원	249
57.2	극한 검산	250
57.3	실험 비교	251
VII	비중복 증보 I: extended R18-R32	252
58	대칭, 군 표현, 선택규칙 심화	253
58.1	Wigner 정리와 사영표현	253

58.2	Noether 전하와 Ward identity	254
58.3	시간반전, Kramers degeneracy	255
58.4	Selection rule의 군론적 형태	256
59	고급 산란: 해석성과 다채널	257
59.1	S 행렬의 기본 조건	257
59.2	Jost 함수와 pole	258
59.3	K matrix와 unitarity 보존 근사	259
59.4	다채널 산란	260
60	경로적분 고급	261
60.1	위상공간 경로적분	261
60.2	Coherent-state path integral	262
60.3	Spin coherent state와 Berry 위상	263
60.4	Gauge fixing과 Faddeev-Popov determinant	264
61	Diagrammatic perturbation	265
61.1	상호작용 그림 전개	265
61.2	Wick 정리	266
61.3	Dyson equation과 self-energy	267
61.4	Vertex correction과 Ward identity	268
62	양자화학의 원자·분자 구조	269
62.1	Born-Oppenheimer 분리	269
62.2	Hartree-Fock 방정식	270
62.3	Configuration interaction와 coupled cluster	271
62.4	밀도범함수 이론의 핵심	272
63	AMO와 cavity/circuit QED	273
63.1	Dipole interaction과 rotating-wave approximation	273
63.2	Dressed state와 vacuum Rabi splitting	274
63.3	Dispersive regime	275
63.4	Lamb-Dicke와 sideband cooling	276
64	Quantum Hall과 위상질서	277
64.1	Landau level과 guiding center 대수	277
64.2	TKNN 공식과 Hall conductance	278
64.3	Laughlin 상태	279
64.4	Chern-Simons 유효이론	280
65	Tensor network와 양자시뮬레이션	281
65.1	Schmidt 분해와 area law	281
65.2	MPS canonical form	282

65.3	PEPS와 MERA	283
65.4	Trotter error와 digital quantum simulation	284
66	Quantum algorithms와 복잡도	285
66.1	Quantum Fourier transform	285
66.2	Phase estimation	286
66.3	Amplitude amplification	287
66.4	Adiabatic quantum computing과 QAOA	288
66.5	HHL과 block encoding	289
67	양자오류정정과 fault tolerance	290
67.1	Knill-Laflamme 조건	290
67.2	Stabilizer code	291
67.3	Surface code 핵심	292
67.4	Fault-tolerant gate와 magic state	293
68	연속변수 양자정보	294
68.1	Quadrature와 symplectic 구조	294
68.2	Williamson 정리와 불확정성	295
68.3	Gaussian channel	296
68.4	Squeezing과 entanglement	297
69	비평형 Keldysh	298
69.1	스케일 변환과 relevant operator	298
69.2	Beta function과 fixed point	299
69.3	Quantum-to-classical mapping	300
69.4	Scaling ansatz	301
70	대수적 양자역학	302
70.1	Nonrelativistic field theory	302
70.2	Relativistic normalization	303
70.3	LSZ reduction의 의미	304
70.4	Anomaly	305
71	Renormalization group와 양자임계	306
71.1	Exact diagonalization	306
71.2	Lanczos spectral function	307
71.3	Quantum Monte Carlo와 sign problem	308
71.4	오차추정	309
72	실험 observable 연결	310
72.1	선형응답에서 측정량으로	310
72.2	Dynamical structure factor	311

72.3	ARPES와 spectral function	312
72.4	Noise spectroscopy	313
VIII 비중복 증보 II: 현대 연구 수식 R33-R50		314
73 수리물리 도구 확장		315
73.1	분포와 일반화 함수	315
73.2	연산자 영역, deficiency index, Stone 정리	316
73.3	함수계산, resolvent, spectral density	317
73.4	위상공간 양자화와 Moyal 곱	318
73.5	기하학적 양자역학	319
74 Hilbert 공간 엄밀화		320
74.1	Born-Oppenheimer 분리와 비단열 결합	320
74.2	Slater determinant와 Hartree-Fock	321
74.3	상관: CI, MP, coupled cluster	322
74.4	밀도범함수와 Kohn-Sham 방정식	323
74.5	분자 회전, 진동, 전자 전이	324
75 Green 함수와 resolvent		325
75.1	Schwinger-Keldysh 폐시간 경로	325
75.2	Feynman-Vernon 영향함수와 Caldeira-Leggett	326
75.3	양자 Langevin 방정식과 잡음 스펙트럼	327
75.4	양자 kinetic equation과 Boltzmann 한계	328
75.5	연속 측정과 양자 filtering	329
76 Open quantum systems II		330
76.1	Stabilizer formalism	330
76.2	CSS 코드와 surface code	331
76.3	양자 알고리즘 핵심 수식	332
76.4	변분 양자 알고리즘과 gradient	333
76.5	양자 Shannon 이론 빠른식	334
77 Quantum information II		335
77.1	Hubbard, Heisenberg, t-J 모형	335
77.2	Bose-Hubbard와 양자상전이	336
77.3	차원: bosonization과 Luttinger liquid	337
77.4	무질서와 localization	338
77.5	양자 Hall, Chern-Simons, edge theory	339
78 Quantum error correction II		340
78.1	초전도 qubit과 circuit QED	340
78.2	포획 이온과 sideband Hamiltonian	341

78.3	냉각 원자, optical lattice, Feshbach 공명	342
78.4	NV center, spin defect, sensing	343
78.5	Optomechanics와 hybrid quantum systems	344
79	Continuous-variable quantum mechanics	345
79.1	Exact diagonalization: 대칭 sector 분해	345
79.2	Suzuki-Trotter와 error bound	346
79.3	MPS, TEBD, TDVP	347
79.4	Quantum Monte Carlo와 sign problem	348
79.5	NEGF와 quantum transport 계산	349
80	Quantum algorithms II	350
80.1	정규화와 convention 변환표	350
80.2	자주 등장하는 극한과 asymptotics	351
80.3	논문을 읽을 때 확인할 최소 수식 체크리스트	352
80.4	연구 설계용 observable 사전	353
80.5	최종 통합 지도	354
81	위상과 기하학 II	355
81.1	관측량 대수와 상태	355
81.2	GNS 구성	356
81.3	CCR, CAR, Weyl 형식	357
81.4	초선택 규칙	358
82	게이지와 Berry 구조	359
82.1	투영값 측도와 함수해석	359
82.2	Resolvent와 Green 함수	360
82.3	자기수반 확장 예: 반직선 운동량과 델타 퍼텐셜	361
82.4	Kato-Rellich 안정성	362
83	대칭과 보존법칙 II	363
83.1	Wigner 정리	363
83.2	사영표현과 중심확장	364
83.3	시간반전, 입자-정공, chiral 대칭	365
83.4	Noether 정리의 양자형	366
84	군론 공식 모음	367
84.1	Baker-Campbell-Hausdorff	367
84.2	SU(2)와 SO(3)	368
84.3	SU(N), Casimir, Young diagram	369
84.4	Wigner-Eckart의 일반 구조	370
85	원자·분자 스펙트럼	371

85.1	수소 원자의 미세구조	371
85.2	Zeeman, Stark, hyperfine	372
85.3	Born-Oppenheimer와 분자	373
85.4	분자 회전, 진동 스펙트럼	374
86	산란과 핵/원자 충돌	375
86.1	두체 문제와 reduced mass	375
86.2	Effective range expansion	376
86.3	Breit-Wigner 공명	377
86.4	동일입자와 핵 shell 모형	378
87	Integrability와 Bethe ansatz	379
87.1	차원 Bose gas: Lieb-Liniger	379
87.2	Heisenberg XXZ chain	380
87.3	Yang-Baxter 구조	381
88	응집물질 모델	382
88.1	Tight-binding과 Bloch Hamiltonian	382
88.2	Hubbard, Heisenberg, t-J	383
88.3	Transverse-field Ising chain	384
88.4	Kitaev chain	385
89	Keldysh와 비평형 수송	386
89.1	Contour ordered Green 함수	386
89.2	Dyson 방정식과 self-energy	387
89.3	Meir-Wingreen 전류 공식	388
89.4	Quantum Boltzmann 방정식	389
90	Tensor network II	390
90.1	Schmidt 분해와 area law	390
90.2	MPS 표준형	391
90.3	DMRG variational principle	392
90.4	TEBD와 Trotter	393
IX	비중복 증보 III: 알고리즘, 오류, 로드맵 R51-R65	394
91	Open system thermodynamics	395
91.1	Davies weak coupling limit	395
91.2	Quantum trajectories	396
91.3	Spohn 부등식과 entropy production	397
91.4	Full counting statistics	398
92	Quantum optics II	399

92.1	Jaynes-Cummings 모형	399
92.2	Dispersive regime	400
92.3	Input-output theory	401
92.4	Homodyne 측정과 stochastic master equation	402
93	Entanglement와 resource theory	403
93.1	Entanglement measures	403
93.2	Channel capacities	404
93.3	Resource theory 일반형	405
93.4	Error correction 조건	406
94	Quantum algorithms III	407
94.1	Phase estimation	407
94.2	Grover amplitude amplification	408
94.3	Hamiltonian simulation	409
94.4	VQE와 QAOA	410
95	Topological order	411
95.1	국소 대칭깨짐을 넘어서	411
95.2	Toric code	412
95.3	Anyon fusion과 braiding	413
95.4	Chern-Simons 유효작용	414
96	Disorder와 localization	415
96.1	Anderson 모형	415
96.2	Scaling theory	416
96.3	비선형 sigma model의 형태	417
97	Semiclassical dynamics	418
97.1	Bloch wavepacket	418
97.2	수정된 상태밀도	419
97.3	Bohr-Sommerfeld-Maslov 양자화	420
98	Quantum metrology II	421
98.1	Classical Fisher와 Cramer-Rao	421
98.2	Quantum Fisher information	422
98.3	Standard quantum limit과 Heisenberg scaling	423
99	Numerical linear algebra	424
99.1	Lanczos 알고리즘	424
99.2	Chebyshev 전개	425
99.3	Split-operator FFT	426
99.4	Quantum Monte Carlo와 sign problem	427

100	Special functions atlas	428
100.1	Hermite, Laguerre, Legendre	428
100.2	Bessel과 구면 Bessel	429
100.3	자유 Green 함수	430
100.4	Coulomb 파동함수의 기본형	431
101	Research derivation templates	432
101.1	새 Hamiltonian을 만났을 때	432
101.2	Schrieffer-Wolff 계산 틀	433
101.3	Kubo 공식 유도 틀	434
101.4	Path integral saddle point	435
102	Common mistakes	436
102.1	정규화와 델타함수	436
102.2	Gauge와 위상	437
102.3	Degenerate perturbation을 빼먹는 오류	438
102.4	Open system에서 positivity	439
103	Practice problems	440
103.1	문제 A: 델타 퍼텐셜 self-adjoint extension	440
103.2	문제 B: 두 스핀의 시간발전	441
103.3	문제 C: Berry phase of spin-1/2	442
103.4	문제 D: Lindblad amplitude damping	443
104	Study roadmap	444
104.1	학부에서 연구자로 넘어가는 순서	444
104.2	공개 자료별 역할	445
105	최종 공식 압축 II	446
105.1	최종 공식 압축 II	446
X	최종 수식 아틀라스와 학습 체크리스트	447
106	연구자용 최종 압축 카드	448
106.1	QF001. 상태와 확률의 10초 계산	448
106.2	QF002. 정준 교환관계와 불확정성	449
106.3	QF003. 전파자와 Green 함수	450
106.4	QF004. 섭동론의 작은 분모	451
106.5	QF005. 산란에서 flux normalization	452
106.6	QF006. 스핀과 SU(2)	453
106.7	QF007. Berry curvature와 Chern 수	454
106.8	QF008. Lindblad positivity	455
106.9	QF009. Kubo 공식과 실험응답	456

106.10	QF010. MPS와 entanglement cut	457
106.11	QF011. QEC 조건	458
106.12	QF012. Keldysh contour	459
106.13	QF013. Gauge convention 체크	460
106.14	QF014. 수치 양자역학 검산 루틴	461
106.15	QF015. 논문 읽기 표시법	462
마지막 학습 루틴		463
참고자료 성격		464

Part I

기초 구조: 상태, 공간, 측정

Chapter 1

양자역학의 골격

1.1 핵심 공리

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 핵심 공리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

1.2 평균, 분산, 상관

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 평균, 분산, 상관이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

1.3 정준 구조

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 정준 구조이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

1.4 고전 한계와 대응원리

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 고전 한계와 대응원리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

1.5 연구자 관점

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 연구자 관점이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 2

힐베르트 공간과 연산자 해석

2.1 공간과 기저

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 공간과 기저이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

2.2 자기수반성과 시간발전

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 자기수반성과 시간발전이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

2.3 스펙트럼 분해와 resolvent

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 스펙트럼 분해와 resolvent이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

2.4 Rigged Hilbert space

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 Rigged Hilbert space이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

2.5 연산자 노름과 trace class

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 연산자 노름과 trace class이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 3

표현, 파동함수, 확률류

3.1 슈뢰딩거 표현

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 슈뢰딩거 표현이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

3.2 운동량 표현과 Fourier 변환

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 운동량 표현과 Fourier 변환이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

3.3 Ehrenfest 정리

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 Ehrenfest 정리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}\psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

3.4 정상상태와 경계조건

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리티성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 정상상태와 경계조건이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}\psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 4

동역학 그림과 전파자

4.1 Schroedinger, Heisenberg, Interaction 그림

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리티성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 Schroedinger, Heisenberg, Interaction 그림이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

4.2 시간순서 지수와 Dyson 전개

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 시간순서 지수와 Dyson 전개이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

4.3 전파자

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 전파자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

4.4 경로적분

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 경로적분이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 5

측정, 밀도행렬, 양자채널

5.1 혼합상태와 밀도 연산자

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 혼합상태와 밀도 연산자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니터리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

5.2 일반 측정: POVM과 Kraus 연산자

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 일반 측정: POVM과 Kraus 연산자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니터리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

5.3 완전양의 trace 보존 지도

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 완전양의 trace 보존 지도이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

5.4 부분추적과 얽힘

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 부분추적과 얽힘이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니터리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

5.5 연구자 체크포인트

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 연구자 체크포인트이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Part II

정확해, 근사법, 산란

Chapter 6

1차원 정확해와 산란 직관

6.1 무한 우물과 유한 우물

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 무한 우물과 유한 우물이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

6.2 델타 퍼텐셜

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 델타 퍼텐셜이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

6.3 장벽 투과와 transfer matrix

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 장벽 투과와 transfer matrix이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

6.4 확률류와 S 행렬

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 확률류와 S 행렬이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

6.5 결합상태와 scattering pole

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 결합상태와 scattering pole이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 7

조화진동자와 Gaussian 상태

7.1 사다리 연산자

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 사다리 연산자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

7.2 coherent state

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 coherent state이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

7.3 squeezed state

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 squeezed state이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\
 H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\
 |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\
 S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right]
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

7.4 생성함수와 열상태

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 생성함수와 열상태이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 8

각운동량, 회전, 스핀

8.1 Lie 대수

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Lie 대수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

8.2 궤도각운동량과 구면조화함수

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 궤도각운동량과 구면조화함수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

8.3 스핀 1/2와 Pauli 행렬

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 스핀 1/2와 Pauli 행렬이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm, kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

8.4 각운동량 결합

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 각운동량 결합이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

8.5 Wigner-Eckart 정리

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Wigner-Eckart 정리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 9

중심 퍼텐셜과 수소 원자

9.1 분리와 radial equation

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 분리와 radial equation이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

9.2 Coulomb 문제

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Coulomb 문제이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

9.3 Runge-Lenz 벡터와 숨은 대칭

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Runge-Lenz 벡터와 숨은 대칭이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

9.4 미세구조

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 미세구조이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

9.5 Zeeman과 Stark 효과

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Zeeman과 Stark 효과이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 10

섭동론과 유효 Hamiltonian

10.1 비축퇴 시간독립 섭동론

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 비축퇴 시간독립 섭동론이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\ E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\ c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\ \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\ H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od} \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

10.2 축퇴 섭동론

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 축퇴 섭동론이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

10.3 변분 원리

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 변분 원리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

10.4 Hellmann-Feynman과 virial 정리

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Hellmann-Feynman과 virial 정리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

10.5 Schrieffer-Wolff 변환

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Schrieffer-Wolff 변환이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 11

시간의존 섭동과 adiabatic 이론

11.1 전이진폭

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 전이진폭이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\ E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\ c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\ \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\ H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od} \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

11.2 Fermi 황금률

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Fermi 황금률이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

11.3 Rabi 진동

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Rabi 진동이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

11.4 Adiabatic theorem과 Berry phase

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Adiabatic theorem과 Berry phase이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

11.5 Landau-Zener 전이

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Landau-Zener 전이이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 12

WKB와 준고전

12.1 WKB Ansatz

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 WKB Ansatz이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

12.2 Bohr-Sommerfeld와 Maslov 보정

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 Bohr-Sommerfeld와 Maslov 보정이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

12.3 터널링 지수

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 터널링 지수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

12.4 Euclidean path integral과 instanton

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 Euclidean path integral과 instanton이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

12.5 Gutzwiller trace formula

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 Gutzwiller trace formula이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 13

산란 이론

13.1 Lippmann-Schwinger 방정식

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Lippmann-Schwinger 방정식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

13.2 산란진폭과 단면적

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 산란 진폭과 단면적이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

13.3 부분파 전개

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 부분파 전개이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

13.4 유효거리 전개와 저에너지 산란

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 유효거리 전개와 저에너지 산란이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

13.5 동일입자 산란

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 동일입자 산란이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Part III

다체계, 장론 접점, 정보와 광학

Chapter 14

동일입자와 2차 양자화

14.1 대칭화 공리

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 대칭화 공리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\ [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\ \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\ \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

14.2 생성·소멸 연산자

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 생성·소멸 연산자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

14.3 장 연산자

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 장 연산자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

14.4 이상기체

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 이상기체이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

14.5 교환상호작용

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 교환상호작용이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 15

전자기장 속 양자입자와 게이지

15.1 최소결합과 게이지 불변성

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 최소결합과 게이지 불변성이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

15.2 Aharonov-Bohm 위상

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Aharonov-Bohm 위상이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

15.3 균일 자기장과 Landau 준위

핵심. 전자기장 속 양자입자는 최소결합과 gauge covariance가 핵심이며, 위상효과는 장이 0인 영역에서도 관측될 수 있다. 이 카드의 초점은 균일 자기장과 Landau 준위이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi \\
 \mathbf{A} &\rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \psi \rightarrow e^{iq\chi/\hbar}\psi \\
 \Delta\varphi_{AB} &= \frac{q}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{q\Phi_B}{\hbar} \\
 E_n &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{|qB|}{m}
 \end{aligned}$$

조건. 전하 부호, gauge convention, SI/자연단위, 벡터퍼텐셜 선택을 명확히 한다.

유도 뼈대. 최소결합을 적용하고 gauge transformation에서 파동함수 위상과 observable이 불변인지 확인한다.

검산과 자가 점검. gauge-invariant observable만 비교하고, 전하 부호와 phase convention을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자기학의 퍼텐셜, gauge, Aharonov-Bohm 위상과 직접 맞물린다.

15.4 Pauli 해밀토니언

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Pauli 해밀토니언이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

15.5 Wilson line과 Berry connection

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Wilson line과 Berry connection이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

Chapter 16

상대론적 양자역학과 Dirac 이론

16.1 Klein-Gordon 방정식

핵심. 상대론적 파동방정식은 Lorentz 대칭, 스핀, 반입자, 장론 필요성을 드러낸다. 이 카드의 초점은 Klein-Gordon 방정식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}(\square + m^2 c^2 / \hbar^2) \phi &= 0 \\(i \hbar \gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi &= 0 \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2 \eta^{\mu\nu} \\ j^\mu &= c \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad \partial_\mu j^\mu = 0\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lorentz covariance와 선형 시간미분 조건을 함께 요구하여 gamma matrix 대수를 얻는다.

검산과 자가 점검. current conservation, spinor normalization, 비상대론 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

16.2 Dirac 방정식

핵심. 상대론적 파동방정식은 Lorentz 대칭, 스핀, 반입자, 장론 필요성을 드러낸다. 이 카드의 초점은 Dirac 방정식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}(\square + m^2 c^2 / \hbar^2) \phi &= 0 \\(i \hbar \gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi &= 0 \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2 \eta^{\mu\nu} \\ j^\mu &= c \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad \partial_\mu j^\mu = 0\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lorentz covariance와 선형 시간미분 조건을 함께 요구하여 gamma matrix 대수를 얻는다.

검산과 자가 점검. current conservation, spinor normalization, 비상대론 극한을 확인한다.

전자공학/킴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

16.3 Dirac spinor와 bilinear

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Dirac spinor와 bilinear이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

16.4 Foldy-Wouthuysen 전개

핵심. 상대론적 파동방정식은 Lorentz 대칭, 스핀, 반입자, 장론 필요성을 드러낸다. 이 카드의 초점은 Foldy-Wouthuysen 전개이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}(\square + m^2 c^2 / \hbar^2) \phi &= 0 \\ (i \hbar \gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi &= 0 \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2 \eta^{\mu\nu} \\ j^\mu &= c \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad \partial_\mu j^\mu = 0\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lorentz covariance와 선형 시간미분 조건을 함께 요구하여 gamma matrix 대수를 얻는다.

검산과 자가 점검. current conservation, spinor normalization, 비상대론 극한을 확인한다.

전자공학/킴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

16.5 왜 장론이 필요한가

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 왜 장론이 필요한가이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 17

장론으로 가는 다리

17.1 정준양자화

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 정준양자화이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

17.2 상관함수와 생성 functional

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 상관함수와 생성 functional이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

17.3 Wick 정리

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Wick 정리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

17.4 LSZ와 산란

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 LSZ와 산란이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left| \psi^{(\pm)} \right\rangle &= \left| \phi \right\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V \left| \psi^{(\pm)} \right\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

17.5 Renormalization의 물리

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Renormalization의 물리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 18

다체 양자역학과 Green 함수

18.1 Fock 공간에서의 상호작용

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Fock 공간에서의 상호작용이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

18.2 Matsubara Green 함수

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Matsubara Green 함수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

18.3 선형응답과 Kubo 공식

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 선형응답과 Kubo 공식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

18.4 스펙트럼 함수

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 스펙트럼 함수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

18.5 경로적분과 Hubbard-Stratonovich

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 경로적분과 Hubbard-Stratonovich이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 19

평균장과 초유체/초전도

19.1 Hartree-Fock

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Hartree-Fock이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$
$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$
$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$
$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/킴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

19.2 Bose-Einstein condensate와 Bogoliubov 이론

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Bose-Einstein condensate와 Bogoliubov 이론이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

19.3 BCS 평균장

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 BCS 평균장이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

19.4 Nambu 표기

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Nambu 표기이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

Chapter 20

격자, 밴드, Berry 곡률

20.1 Bloch 정리

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Bloch 정리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

20.2 Berry 곡률과 Chern 수

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Berry 곡률과 Chern 수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

20.3 2밴드 모델

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 2밴드 모델이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

20.4 SSH 모형

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 SSH 모형이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

20.5 위상 질서와 entanglement

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 위상 질서와 entanglement이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

Chapter 21

열린 양자계와 decoherence

21.1 부분계 동역학

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 부분계 동역학이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

21.2 Lindblad-Gorini-Kossakowski-Sudarshan 방정식

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Lindblad-Gorini-Kossakowski-Sudarshan 방정식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

21.3 대표 채널

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 대표 채널이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

21.4 Kraus 표현 예

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 Kraus 표현 예이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

21.5 비Markovian 방정식

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 비Markovian 방정식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

21.6 Decoherence와 pointer basis

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Decoherence와 pointer basis이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right)$$

$$\dot{\rho}_S(t) = \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig})$$

$$H_{\text{eff}} = H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}$$

$$\gamma(-\omega) = e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

Chapter 22

양자정보와 양자계산

22.1 Qubit과 Bloch 구

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Qubit과 Bloch 구이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

22.2 기본 gate

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 기본 gate이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

22.3 Bell 상태와 teleportation

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 Bell 상태와 teleportation이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a,b) + E(a,b') + E(a',b) - E(a',b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

22.4 No-cloning

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 No-cloning이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a,b) + E(a,b') + E(a',b) - E(a',b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

22.5 엔트로피와 정보량

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 엔트로피와 정보량이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

22.6 Quantum Fourier Transform와 알고리즘 뼈대

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 Quantum Fourier Transform와 알고리즘 뼈대이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}\psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

22.7 오류정정과 stabilizer

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 오류정정과 stabilizer이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), & |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, & I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P & (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi & (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

Chapter 23

양자광학과 빛-물질 상호작용

23.1 전자기장 양자화

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 전자기장 양자화이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g(a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

23.2 Jaynes-Cummings 모형

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 Jaynes-Cummings 모형이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g(a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

23.3 자발방출

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 자발방출이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

23.4 광자 상관과 coherence

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 광자 상관과 coherence이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g(a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

23.5 Input-output 공식

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 Input-output 공식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g(a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

Chapter 24

양자통계역학과 열역학

24.1 Gibbs 상태

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Gibbs 상태이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle \quad (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

24.2 KMS 조건

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 KMS 조건이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

24.3 Fluctuation-dissipation

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Fluctuation-dissipation이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle \quad (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

24.4 양자 일과 Jarzynski 등식

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 양자 일과 Jarzynski 등식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

24.5 엔트로피 생성

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 엔트로피 생성이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Part IV

해석, 수치계산, 연구 도구

Chapter 25

양자기초와 해석

25.1 EPR와 Bell 상태

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 EPR와 Bell 상태이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\ |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\ \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

25.2 CHSH 부등식

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 CHSH 부등식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

25.3 Kochen-Specker와 contextuality

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 Kochen-Specker와 contextuality이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

25.4 Decoherent histories

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 Decoherent histories이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a,b) + E(a,b') + E(a',b) - E(a',b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

25.5 해석별 핵심 차이

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 해석별 핵심 차이이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a,b) + E(a,b') + E(a',b) - E(a',b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 26

수치 양자역학과 연구 도구

26.1 기저 절단과 diagonalization

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 기저 절단과 diagonalization이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle\end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

26.2 시간발전 알고리즘

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 시간발전 알고리즘이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

26.3 DMRG와 tensor network

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 DMRG와 tensor network이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

26.4 Quantum Monte Carlo와 sign problem

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Quantum Monte Carlo와 sign problem이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \dots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \dots A_L^{s_L}) |s_1 \dots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

26.5 검산 습관

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 검산 습관이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Part V

핵심 수식 아틀라스와 학습 루틴

Chapter 27

부록 A

27.1 브라켓과 완비성

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 브라켓과 완비성이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

27.2 Baker-Campbell-Hausdor

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 Baker-Campbell-Hausdor이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

27.3 불확정성 유도 핵심

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 불확정성 유도 핵심이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

27.4 Fourier와 델타

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 Fourier와 델타이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

27.5 Pauli와 spinor identity

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Pauli와 spinor identity이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 28

부록 B

28.1 Hermite 다항식

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 Hermite 다항식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

28.2 Legendre와 Bessel

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Legendre와 Bessel이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

28.3 수소 원자 적분

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 수소 원자 적분이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

28.4 조화진동자 matrix element

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 조화진동자 matrix element이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 29

부록 C

29.1 회전 연산자

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 회전 연산자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

29.2 Tensor operator

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Tensor operator이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

29.3 Parity와 time reversal

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Parity와 time reversal이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] = 0 &\Rightarrow \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 = -1, [H, \Theta] &= 0 \Rightarrow \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

29.4 Noether와 Ward identity

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Noether와 Ward identity이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 30

부록 D

30.1 Green 함수 identity

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Green 함수 identity이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

30.2 Born series

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Born series이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

30.3 Kramers-Kronig

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Kramers-Kronig이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

30.4 Lehmann 표현

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Lehmann 표현이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

Chapter 31

부록 E

31.1 채널과 거리

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 채널과 거리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니터리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

31.2 Lindblad steady state

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Lindblad steady state이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

31.3 Quantum Fisher information

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Quantum Fisher information이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

31.4 Entanglement criteria

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Entanglement criteria이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 32

부록 F

32.1 상수 표

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 상수 표이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

32.2 원자단위

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 원자단위이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

32.3 자연단위

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 자연단위이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

32.4 차원 계산

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 차원 계산이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 33

부록 G

33.1 1단계: 계산 언어 고정

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 1단계: 계산 언어 고정이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

33.2 2단계: 대학원 핵심

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 2단계: 대학원 핵심이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

33.3 3단계: 연구분야 연결

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 3단계: 연구분야 연결이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

33.4 매주 해야 할 검산 루틴

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 매주 해야 할 검산 루틴이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

33.5 대표 연구 질문으로 이어지는 길

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 대표 연구 질문으로 이어지는 길이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 34

부록 H

34.1 Floquet 정리

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Floquet 정리이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\ E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\ c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\ \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\ H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od} \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

34.2 Magnus 전개

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Magnus 전개이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

34.3 Floquet engineering

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Floquet engineering이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

34.4 가열과 prethermalization

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 가열과 prethermalization이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 35

부록 I

35.1 유효 비Hermitian 해밀토니언

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 유효 비Hermitian 해밀토니언이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

35.2 좌우 고유벡터

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 좌우 고유벡터이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

35.3 PT symmetry

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 PT symmetry이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] = 0 &\Rightarrow \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 = -1, [H, \Theta] &= 0 \Rightarrow \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

35.4 Skin effect

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Skin effect이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 36

부록 J

36.1 준위통계

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 준위통계이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.
대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

36.2 Spectral form factor

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Spectral form factor이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

36.3 OTOC와 scrambling

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 OTOC와 scrambling이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

36.4 Loschmidt echo

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Loschmidt echo이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 37

부록 K

37.1 Eigenstate thermalization hypothesis

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Eigenstate thermalization hypothesis이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

37.2 Diagonal ensemble

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Diagonal ensemble이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

37.3 Many-body localization

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Many-body localization이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

37.4 얽힘 성장

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 얽힘 성장이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 38

부록 L

38.1 제어 해밀토니언

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 제어 해밀토니언이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

38.2 GRAPE gradient

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 GRAPE gradient이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

38.3 Adiabatic passage와 shortcut

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Adiabatic passage와 shortcut이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

38.4 연속측정과 stochastic master equation

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 연속측정과 stochastic master equation이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 39

부록 M

39.1 표준양자한계와 Heisenberg 한계

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 표준양자한계와 Heisenberg 한계이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

39.2 Quantum Fisher information for pure states

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Quantum Fisher information for pure states이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

39.3 Spin squeezing

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Spin squeezing이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

39.4 Weak value

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Weak value이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 40

부록 N

40.1 기초 계산 20문제

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 기초 계산 20문제이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

40.2 대학원 핵심 20문제

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 대학원 핵심 20문제이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

40.3 답안 스케치 공식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 답안 스케치 공식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Chapter 41

부록 O

41.1 Floquet와 Magnus

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Floquet와 Magnus이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\ E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\ c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\ \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\ H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od} \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

41.2 Random matrix 빠른식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Random matrix 빠른식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 빠른식. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

41.3 비Hermitian 빠른식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 비Hermitian 빠른식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

41.4 Metrology 빠른식

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Metrology 빠른식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle \quad (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Part VI

final 기반 연구 부록 R1-R17

Chapter 42

엄밀한 수리구조

42.1 자기수반성, 영역, 물리적 Hamiltonian

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 자기수반성, 영역, 물리적 Hamiltonian이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E| \\ A &= \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda) \\ R_A(z) &= (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A) \\ &\quad \Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi' \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

42.2 스펙트럼 정리와 함수계산

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 스펙트럼 정리와 함수계산이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

42.3 Rigged Hilbert space와 일반화 고유벡터

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 Rigged Hilbert space와 일반화 고유벡터이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 43

정확해와 특수 퍼텐셜

43.1 Delta 퍼텐셜과 접합조건

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 Delta 퍼텐셜과 접합조건이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

43.2 유한 우물과 장벽

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 유한 우물과 장벽이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

43.3 Morse, Pöschl-Teller, inverse-square

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Morse, Pöschl-Teller, inverse-square이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

43.4 Landau 준위와 자기장 속 입자

핵심. 전자기장 속 양자입자는 최소결합과 gauge covariance가 핵심이며, 위상효과는 장이 0인 영역에서도 관측될 수 있다. 이 카드의 초점은 Landau 준위와 자기장 속 입자이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi \\
 \mathbf{A} &\rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \psi \rightarrow e^{iq\chi/\hbar}\psi \\
 \Delta\varphi_{AB} &= \frac{q}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{q\Phi_B}{\hbar} \\
 E_n &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{|qB|}{m}
 \end{aligned}$$

조건. 전하 부호, gauge convention, SI/자연단위, 벡터퍼텐셜 선택을 명확히 한다.

유도 뼈대. 최소결합을 적용하고 gauge transformation에서 파동함수 위상과 observable이 불변인지 확인한다.

검산과 자가 점검. gauge-invariant observable만 비교하고, 전하 부호와 phase convention을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자기학의 퍼텐셜, gauge, Aharonov-Bohm 위상과 직접 맞물린다.

Chapter 44

조화진동자 확장

44.1 Coherent state와 위상공간

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 Coherent state와 위상공간이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

44.2 Squeezed state

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 Squeezed state이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

44.3 Gaussian state covariance formalism

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 Gaussian state covariance formalism이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 45

각운동량과 원자 선택규칙

45.1 Wigner 기호와 재결합

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Wigner 기호와 재결합이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2|jm\rangle &= \hbar^2j(j+1)|jm\rangle \\ J_{\pm}|jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm1)}|j, m\pm1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm'|T_q^{(k)}|jm\rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'}\langle j'||T^{(k)}||j\rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

45.2 구면텐서와 선택규칙

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 구면텐서와 선택규칙이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

45.3 Fine structure, hyperfine structure

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Fine structure, hyperfine structure이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 46

근사법 심화

46.1 Rayleigh-Schrödinger와 resolvent

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 Rayleigh-Schrödinger와 resolvent이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E| \\ A &= \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda) \\ R_A(z) &= (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A) \\ &\quad \Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi' \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

46.2 Schrieffer-Wolff 와 effective Hamiltonian

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Schrieffer-Wolff 와 effective Hamiltonian이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

46.3 Magnus 전개와 Floquet theory

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Magnus 전개와 Floquet theory이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

46.4 고차 WKB와 turning point

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 고차 WKB와 turning point이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 47

산란 이론 심화

47.1 Lippmann-Schwinger와 T 행렬

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Lippmann-Schwinger와 T 행렬이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

47.2 Partial wave와 effective range

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Partial wave와 effective range이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

47.3 Resonance와 pole

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Resonance와 pole이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 48

경로적분과 반고전

48.1 생성함수와 상관함수

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 생성함수와 상관함수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

48.2 Stationary phase와 Van Vleck propagator

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Stationary phase와 Van Vleck propagator이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

48.3 Instanton과 터널링 splitting

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 Instanton과 터널링 splitting이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 49

열린 양자계 심화

49.1 Nakajima-Zwanzig projection

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Nakajima-Zwanzig projection이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

49.2 Born-Markov와 Redfield tensor

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Born-Markov와 Redfield tensor이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

49.3 Quantum jump와 no-jump Hamiltonian

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Quantum jump와 no-jump Hamiltonian이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right)$$

$$\dot{\rho}_S(t) = \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig})$$

$$H_{\text{eff}} = H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}$$

$$\gamma(-\omega) = e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

49.4 Input-output와 quantum noise

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Input-output와 quantum noise이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

Chapter 50

양자정보 심화

50.1 거리와 정보량

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 거리와 정보량이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

50.2 Choi, Kraus, Stinespring

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 Choi, Kraus, Stinespring이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

50.3 대표 알고리즘 수식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 대표 알고리즘 수식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

50.4 오류정정과 stabilizer

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 오류정정과 stabilizer이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

Chapter 51

다체 Green 함수와 응답

51.1 Matsubara Green 함수

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Matsubara Green 함수이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

51.2 Kubo 공식과 uctuation-dissipation

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Kubo 공식과 uctuation-dissipation이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

51.3 BCS와 Bogoliubov 대각화

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 BCS와 Bogoliubov 대각화이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

51.4 스핀 사슬과 Bethe ansatz의 첫 지도

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 스핀 사슬과 Bethe ansatz의 첫 지도이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

Chapter 52

위상 양자물질

52.1 Berry connection, curvature, Chern number

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Berry connection, curvature, Chern number이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

52.2 Two-band model

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Two-band model이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

52.3 SSH, Kitaev chain, Majorana

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 SSH, Kitaev chain, Majorana이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

Chapter 53

상대론과 장론 연결

53.1 Klein-Gordon, Dirac, conserved currents

핵심. 상대론적 파동방정식은 Lorentz 대칭, 스핀, 반입자, 장론 필요성을 드러낸다. 이 카드의 초점은 Klein-Gordon, Dirac, conserved currents이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}(\square + m^2 c^2 / \hbar^2) \phi &= 0 \\ (i \hbar \gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi &= 0 \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2 \eta^{\mu\nu} \\ j^\mu &= c \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad \partial_\mu j^\mu = 0\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lorentz covariance와 선형 시간미분 조건을 함께 요구하여 gamma matrix 대수를 얻는다.

검산과 자가 점검. current conservation, spinor normalization, 비상대론 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

53.2 Foldy-Wouthuysen 전개

핵심. 상대론적 파동방정식은 Lorentz 대칭, 스핀, 반입자, 장론 필요성을 드러낸다. 이 카드의 초점은 Foldy-Wouthuysen 전개이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}(\square + m^2 c^2 / \hbar^2) \phi &= 0 \\ (i \hbar \gamma^\mu \partial_\mu - mc) \psi &= 0 \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2 \eta^{\mu\nu} \\ j^\mu &= c \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad \partial_\mu j^\mu = 0\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lorentz covariance와 선형 시간미분 조건을 함께 요구하여 gamma matrix 대수를 얻는다.

검산과 자가 점검. current conservation, spinor normalization, 비상대론 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

53.3 Canonical quantization and propagators

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Canonical quantization and propagators이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

53.4 Renormalization group 첫 공식

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Renormalization group 첫 공식이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

Chapter 54

계산 양자역학

54.1 격자화와 유한차분

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 격자화와 유한차분이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle\end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

54.2 Split-operator Fourier method

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Split-operator Fourier method이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

54.3 Lanczos와 Krylov 시간발전

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검산하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Lanczos와 Krylov 시간발전이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

54.4 DMRG와 tensor network

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 DMRG와 tensor network이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

Chapter 55

양자기초와 해석

55.1 EPR-Bohm과 CHSH

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 EPR-Bohm과 CHSH이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\ |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\ \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

55.2 Kochen-Specker와 contextuality witness

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 Kochen-Specker와 contextuality witness이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\
 S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\
 |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\
 \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

55.3 Decoherence와 pointer basis

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Decoherence와 pointer basis이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right)$$

$$\dot{\rho}_S(t) = \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig})$$

$$H_{\text{eff}} = H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}$$

$$\gamma(-\omega) = e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

Chapter 56

실험과 측정 신호

56.1 Rabi, Ramsey, echo

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Rabi, Ramsey, echo이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\ E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\ c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\ \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\ H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od} \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

56.2 Fermi golden rule in spectroscopy

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Fermi golden rule in spectroscopy이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

56.3 Landauer-Büttiker 수송

핵심. 전자기장 속 양자입자는 최소결합과 gauge covariance가 핵심이며, 위상효과는 장이 0인 영역에서도 관측될 수 있다. 이 카드의 초점은 Landauer-Büttiker 수송이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi \\
 \mathbf{A} &\rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \psi \rightarrow e^{iq\chi/\hbar}\psi \\
 \Delta\varphi_{AB} &= \frac{q}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{q\Phi_B}{\hbar} \\
 E_n &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{|qB|}{m}
 \end{aligned}$$

조건. 전하 부호, gauge convention, SI/자연단위, 벡터퍼텐셜 선택을 명확히 한다.

유도 뼈대. 최소결합을 적용하고 gauge transformation에서 파동함수 위상과 observable이 불변인지 확인한다.

검산과 자가 점검. gauge-invariant observable만 비교하고, 전하 부호와 phase convention을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자기학의 퍼텐셜, gauge, Aharonov-Bohm 위상과 직접 맞물린다.

Chapter 57

연구 논문 검산

57.1 단위와 차원

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 단위와 차원이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

57.2 극한 검산

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 극한 검산이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

57.3 실험 비교

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 실험 비교이다. 출처 표시는 final base reformatted이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

Part VII

비중복 증보 I: extended R18-R32

Chapter 58

대칭, 군 표현, 선택규칙 심화

58.1 Wigner 정리와 사영표현

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Wigner 정리와 사영표현이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2|jm\rangle &= \hbar^2j(j+1)|jm\rangle \\ J_{\pm}|jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm1)}|j, m\pm1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm'|T_q^{(k)}|jm\rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'}\langle j'||T^{(k)}||j\rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

58.2 Noether 전하와 Ward identity

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Noether 전하와 Ward identity이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\ [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\ \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\ \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

58.3 시간반전, Kramers degeneracy

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 시간반전, Kramers degeneracy이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

58.4 Selection rule의 군론적 형태

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Selection rule의 군론적 형태이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 59

고급 산란: 해석성과 다채널

59.1 S 행렬의 기본 조건

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 S 행렬의 기본 조건이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

59.2 Jost 함수와 pole

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Jost 함수와 pole이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

59.3 K matrix와 unitarity 보존 근사

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 K matrix와 unitarity 보존 근사이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

59.4 다채널 산란

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 다채널 산란이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니터리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 60

경로적분 고급

60.1 위상공간 경로적분

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 위상공간 경로적분이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\ Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\ G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\ S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\ 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g]) \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

60.2 Coherent-state path integral

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 Coherent-state path integral이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

60.3 Spin coherent state와 Berry 위상

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Spin coherent state와 Berry 위상이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

60.4 Gauge fixing과 Faddeev-Popov determinant

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Gauge fixing과 Faddeev-Popov determinant이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 61

Diagrammatic perturbation

61.1 상호작용 그림 전개

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 상호작용 그림 전개이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

61.2 Wick 정리

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Wick 정리이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\ Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\ G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\ S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\ 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g]) \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

61.3 Dyson equation과 self-energy

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Dyson equation과 self-energy이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

61.4 Vertex correction과 Ward identity

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Vertex correction과 Ward identity이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\ [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\ \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\ \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 62

양자화학의 원자·분자 구조

62.1 Born-Oppenheimer 분리

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Born-Oppenheimer 분리이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$
$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$
$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$
$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

62.2 Hartree-Fock 방정식

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Hartree-Fock 방정식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

62.3 Configuration interaction와 coupled cluster

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Configuration interaction와 coupled cluster이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

62.4 밀도범함수 이론의 핵심

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 밀도범함수 이론의 핵심이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 63

AMO와 cavity/circuit QED

63.1 Dipole interaction과 rotating-wave approximation

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Dipole interaction과 rotating-wave approximation이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

63.2 Dressed state와 vacuum Rabi splitting

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Dressed state와 vacuum Rabi splitting이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

63.3 Dispersive regime

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Dispersive regime이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

63.4 Lamb-Dicke와 sideband cooling

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Lamb-Dicke와 sideband cooling이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 64

Quantum Hall과 위상질서

64.1 Landau level과 guiding center 대수

핵심. 전자기장 속 양자입자는 최소결합과 gauge covariance가 핵심이며, 위상효과는 장이 0인 영역에서도 관측될 수 있다. 이 카드의 초점은 Landau level과 guiding center 대수이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi \\ \mathbf{A} &\rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \psi \rightarrow e^{iq\chi/\hbar}\psi \\ \Delta\varphi_{AB} &= \frac{q}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\ell = \frac{q\Phi_B}{\hbar} \\ E_n &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{|qB|}{m} \end{aligned}$$

조건. 전하 부호, gauge convention, SI/자연단위, 벡터퍼텐셜 선택을 명확히 한다.

유도 뼈대. 최소결합을 적용하고 gauge transformation에서 파동함수 위상과 observable이 불변인지 확인한다.

검산과 자가 점검. gauge-invariant observable만 비교하고, 전하 부호와 phase convention을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자기학의 퍼텐셜, gauge, Aharonov-Bohm 위상과 직접 맞물린다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

64.2 TKNN 공식과 Hall conductance

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 TKNN 공식과 Hall conductance이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

64.3 Laughlin 상태

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Laughlin 상태이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

64.4 Chern-Simons 유효이론

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Chern-Simons 유효이론이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 65

Tensor network와 양자시뮬레이션

65.1 Schmidt 분해와 area law

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Schmidt 분해와 area law이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

65.2 MPS canonical form

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 MPS canonical form이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

65.3 PEPS와 MERA

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 PEPS와 MERA이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

65.4 Trotter error와 digital quantum simulation

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Trotter error와 digital quantum simulation이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 66

Quantum algorithms와 복잡도

66.1 Quantum Fourier transform

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 Quantum Fourier transform이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

66.2 Phase estimation

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Phase estimation이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

66.3 Amplitude amplification

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Amplitude amplification이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

66.4 Adiabatic quantum computing과 QAOA

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Adiabatic quantum computing과 QAOA이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

66.5 HHL과 block encoding

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 HHL과 block encoding이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 67

양자오류정정과 fault tolerance

67.1 Knill-Laflamme 조건

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Knill-Laflamme 조건이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

67.2 Stabilizer code

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Stabilizer code이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

67.3 Surface code 핵심

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Surface code 핵심이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

67.4 Fault-tolerant gate와 magic state

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Fault-tolerant gate와 magic state이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 68

연속변수 양자정보

68.1 Quadrature와 symplectic 구조

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Quadrature와 symplectic 구조이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

68.2 Williamson 정리와 불확정성

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Williamson 정리와 불확정성이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

68.3 Gaussian channel

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 Gaussian channel이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

68.4 Squeezing과 entanglement

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Squeezing과 entanglement이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 69

비평형 Keldysh

69.1 스케일 변환과 relevant operator

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 스케일 변환과 relevant operator이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E| \\ A &= \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda) \\ R_A(z) &= (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A) \\ &\quad \Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi' \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

69.2 Beta function과 fixed point

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Beta function과 fixed point이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

69.3 Quantum-to-classical mapping

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Quantum-to-classical mapping이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

69.4 Scaling ansatz

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Scaling ansatz이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 70

대수적 양자역학

70.1 Nonrelativistic field theory

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Nonrelativistic field theory이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\ Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\ G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\ S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\ 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g]) \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

70.2 Relativistic normalization

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 Relativistic normalization이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

70.3 LSZ reduction의 의미

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 LSZ reduction의 의미이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\
 Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\
 G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\
 S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\
 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g])
 \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

70.4 Anomaly

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Anomaly이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 71

Renormalization group와 양자임계

71.1 Exact diagonalization

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Exact diagonalization이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle\end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 빠대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

71.2 Lanczos spectral function

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Lanczos spectral function이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

71.3 Quantum Monte Carlo와 sign problem

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Quantum Monte Carlo와 sign problem이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

71.4 오차추정

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 오차추정이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 72

실험 observable 연결

72.1 선형응답에서 측정량으로

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 선형응답에서 측정량으로이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

72.2 Dynamical structure factor

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Dynamical structure factor이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

72.3 ARPES와 spectral function

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 ARPES와 spectral function이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

72.4 Noise spectroscopy

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Noise spectroscopy이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Part VIII

비중복 증보 II: 현대 연구 수식 R33-R50

Chapter 73

수리물리 도구 확장

73.1 분포와 일반화 함수

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 분포와 일반화 함수이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E| \\ A &= \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda) \\ R_A(z) &= (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A) \\ &\quad \Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi' \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

73.2 연산자 영역, deficiency index, Stone 정리

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 연산자 영역, deficiency index, Stone 정리이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

73.3 함수계산, resolvent, spectral density

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 함수계산, resolvent, spectral density이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

73.4 위상공간 양자화와 Moyal 곱

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 위상공간 양자화와 Moyal 곱이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

73.5 기하학적 양자역학

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 기하학적 양자역학이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 74

Hilbert 공간 엄밀화

74.1 Born-Oppenheimer 분리와 비단열 결합

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Born-Oppenheimer 분리와 비단열 결합이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$
$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$
$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$
$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

74.2 Slater determinant와 Hartree-Fock

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Slater determinant와 Hartree-Fock이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

74.3 상관: CI, MP, coupled cluster

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 상관: CI, MP, coupled cluster이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

74.4 밀도범함수와 Kohn-Sham 방정식

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 밀도범함수와 Kohn-Sham 방정식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, & \quad \text{Tr } \rho = 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니터리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

74.5 분자 회전, 진동, 전자 전이

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 분자 회전, 진동, 전자 전이이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 75

Green 함수와 resolvent

75.1 Schwinger-Keldysh 폐시간 경로

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Schwinger-Keldysh 폐시간 경로이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

75.2 Feynman-Vernon 영향함수와 Caldeira-Leggett

핵심. 경로적분과 diagram은 시간발전, 상관함수, 산란진폭을 한 계산 언어로 묶는다. 이 카드의 초점은 Feynman-Vernon 영향함수와 Caldeira-Leggett이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} K(q_f, t_f; q_i, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \\ Z[J] &= \int \mathcal{D}\phi \exp \left[\frac{i}{\hbar} \left(S[\phi] + \int J\phi \right) \right] \\ G &= G_0 + G_0 \Sigma G, \quad G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma \\ S &= 1 + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M} \\ 1 &= \Delta_{FP}[A] \int \mathcal{D}g \delta(F[A^g]) \end{aligned}$$

조건. regularization, normalization, contour, gauge fixing convention을 고정한다.

유도 뼈대. 시간분할 또는 generating functional을 만들고 Wick 정리, stationary phase, renormalization을 차례로 적용한다.

검산과 자가 점검. propagator pole prescription, symmetry factor, cutoff 의존성, Ward identity를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

75.3 양자 Langevin 방정식과 잡음 스펙트럼

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 양자 Langevin 방정식과 잡음 스펙트럼이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

75.4 양자 kinetic equation과 Boltzmann 한계

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 양자 kinetic equation과 Boltzmann 한계이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

75.5 연속 측정과 양자 filtering

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 연속 측정과 양자 filtering이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 76

Open quantum systems II

76.1 Stabilizer formalism

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Stabilizer formalism이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), & |\mathbf{r}| &\leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, & I(A : B) &= S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P & (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi & (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

76.2 CSS 코드와 surface code

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 CSS 코드와 surface code이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

76.3 양자 알고리즘 핵심 수식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 양자 알고리즘 핵심 수식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

76.4 변분 양자 알고리즘과 gradient

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 변분 양자 알고리즘과 gradient이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

76.5 양자 Shannon 이론 빠른식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 양자 Shannon 이론 빠른식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 77

Quantum information II

77.1 Hubbard, Heisenberg, t-J 모형

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Hubbard, Heisenberg, t-J 모형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

77.2 Bose-Hubbard와 양자상전이

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Bose-Hubbard와 양자상전이이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

77.3 차원: bosonization과 Luttinger liquid

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 차원: bosonization과 Luttinger liquid이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

77.4 무질서와 localization

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 무질서와 localization이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

77.5 양자 Hall, Chern-Simons, edge theory

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 양자 Hall, Chern-Simons, edge theory이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 78

Quantum error correction II

78.1 초전도 qubit과 circuit QED

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 초전도 qubit과 circuit QED이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), & |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, & I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P & (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi & (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

78.2 포획 이온과 sideband Hamiltonian

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 포획 이온과 sideband Hamiltonian이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g (a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

78.3 냉각 원자, optical lattice, Feshbach 공명

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 냉각 원자, optical lattice, Feshbach 공명이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

78.4 NV center, spin defect, sensing

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 NV center, spin defect, sensing이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2|jm\rangle &= \hbar^2j(j+1)|jm\rangle \\ J_{\pm}|jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm 1)}|j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm'|T_q^{(k)}|jm\rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'}\langle j'||T^{(k)}||j\rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

78.5 Optomechanics와 hybrid quantum systems

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Optomechanics와 hybrid quantum systems이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 79

Continuous-variable quantum mechanics

79.1 Exact diagonalization: 대칭 sector 분해

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Exact diagonalization: 대칭 sector 분해이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\[H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\ \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\ \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/킴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

79.2 Suzuki-Trotter와 error bound

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Suzuki-Trotter와 error bound이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

79.3 MPS, TEBD, TDVP

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검산하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 MPS, TEBD, TDVP이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

79.4 Quantum Monte Carlo와 sign problem

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Quantum Monte Carlo와 sign problem이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

79.5 NEGF와 quantum transport 계산

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 NEGF와 quantum transport 계산이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 80

Quantum algorithms II

80.1 정규화와 convention 변환표

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 정규화와 convention 변환표이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

80.2 자주 등장하는 극한과 asymptotics

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 자주 등장하는 극한과 asymptotics이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

80.3 논문을 읽을 때 확인할 최소 수식 체크리스트

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 논문을 읽을 때 확인할 최소 수식 체크리스트이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

80.4 연구 설계용 observable 사전

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 연구 설계용 observable 사전이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

80.5 최종 통합 지도

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 최종 통합 지도이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 81

위상과 기하학 II

81.1 관측량 대수와 상태

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 관측량 대수와 상태이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

81.2 GNS 구성

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 GNS 구성이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

81.3 CCR, CAR, Weyl 형식

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 CCR, CAR, Weyl 형식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

81.4 초선택 규칙

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 초선택 규칙이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 82

게이지와 Berry 구조

82.1 투영값 측도와 함수해석

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 투영값 측도와 함수해석이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\ |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\ \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

82.2 Resolvent와 Green 함수

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Resolvent와 Green 함수이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

82.3 자기수반 확장 예: 반직선 운동량과 델타 퍼텐셜

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 자기수반 확장 예: 반직선 운동량과 델타 퍼텐셜이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$1 = \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E|$$

$$A = \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda)$$

$$R_A(z) = (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A)$$

$$\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi'$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

82.4 Kato-Rellich 안정성

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Kato-Rellich 안정성이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 83

대칭과 보존법칙 II

83.1 Wigner 정리

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Wigner 정리이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}[J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2|jm\rangle &= \hbar^2j(j+1)|jm\rangle \\ J_{\pm}|jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm1)}|j, m\pm1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm'|T_q^{(k)}|jm\rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'}\langle j'||T^{(k)}||j\rangle\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

83.2 사영표현과 중심확장

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 사영표현과 중심확장이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

83.3 시간반전, 입자-정공, chiral 대칭

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 시간반전, 입자-정공, chiral 대칭이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] = 0 &\Rightarrow \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 = -1, [H, \Theta] = 0 &\Rightarrow \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

83.4 Noether 정리의 양자형

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 Noether 정리의 양자형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\
 [H, Q] = 0 &\Rightarrow \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\
 \partial_\mu j^\mu = 0, \quad Q &= \int d^3x j^0 \\
 \Theta^2 = -1, [H, \Theta] = 0 &\Rightarrow \text{Kramers doublet}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 84

군론 공식 모음

84.1 Baker-Campbell-Hausdorff

핵심. 양자기초는 상관, 비국소성, contextuality, decoherence를 실험 가능한 부등식과 채널로 표현한다. 이 카드의 초점은 Baker-Campbell-Hausdorff이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ S_{CHSH} &= E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b'), \quad |S_{CHSH}| \leq 2 \\ |S_{CHSH}|_{QM} &\leq 2\sqrt{2} \\ \rho_S &= \text{Tr}_E |\Psi_{SE}\rangle \langle \Psi_{SE}|, \quad \rho_{ij} \rightarrow \rho_{ij} e^{-\Gamma t} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 공유 상태와 측정 설정을 고른 뒤 correlator를 계산하고 고전 bound와 양자 bound를 비교한다.

검산과 자가 점검. classical bound와 quantum bound를 구분하고, loophole이나 measurement convention을 명시한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

84.2 SU(2)와 SO(3)

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 SU(2)와 SO(3)이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

84.3 SU(N), Casimir, Young diagram

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 SU(N), Casimir, Young diagram이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

84.4 Wigner-Eckart의 일반 구조

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Wigner-Eckart의 일반 구조이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 85

원자·분자 스펙트럼

85.1 수소 원자의 미세구조

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 수소 원자의 미세구조이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$
$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$
$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$
$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

85.2 Zeeman, Stark, hyperfine

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Zeeman, Stark, hyperfine이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} &= E u_{n\ell} \\ E_n &= -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \\ H_{SO} &= \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) &= \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

85.3 Born-Oppenheimer와 분자

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Born-Oppenheimer와 분자이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

85.4 분자 회전·진동 스펙트럼

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 분자 회전·진동 스펙트럼이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 86

산란과 핵/원자 충돌

86.1 두체 문제와 reduced mass

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 두체 문제와 reduced mass이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

86.2 Effective range expansion

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 Effective range expansion이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

86.3 Breit-Wigner 공명

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Breit-Wigner 공명이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2|jm\rangle &= \hbar^2j(j+1)|jm\rangle \\ J_{\pm}|jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm 1)}|j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm'|T_q^{(k)}|jm\rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'}\langle j'||T^{(k)}||j\rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

86.4 동일입자와 핵 shell 모형

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 동일입자와 핵 shell 모형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 87

Integrability와 Bethe ansatz

87.1 차원 Bose gas: Lieb-Liniger

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 차원 Bose gas: Lieb-Liniger이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended 와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

87.2 Heisenberg XXZ chain

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Heisenberg XXZ chain이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

87.3 Yang-Baxter 구조

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Yang-Baxter 구조이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 88

응집물질 모델

88.1 Tight-binding과 Bloch Hamiltonian

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Tight-binding과 Bloch Hamiltonian이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

88.2 Hubbard, Heisenberg, t-J

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Hubbard, Heisenberg, t-J이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

88.3 Transverse-field Ising chain

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Transverse-field Ising chain이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

88.4 Kitaev chain

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Kitaev chain이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 89

Keldysh와 비평형 수송

89.1 Contour ordered Green 함수

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Contour ordered Green 함수이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

89.2 Dyson 방정식과 self-energy

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Dyson 방정식과 self-energy이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

89.3 Meir-Wingreen 전류 공식

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Meir-Wingreen 전류 공식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

89.4 Quantum Boltzmann 방정식

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Quantum Boltzmann 방정식이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 90

Tensor network II

90.1 Schmidt 분해와 area law

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Schmidt 분해와 area law이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

90.2 MPS 표준형

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 MPS 표준형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

90.3 DMRG variational principle

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 DMRG variational principle이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

90.4 TEBD와 Trotter

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 TEBD와 Trotter이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Part IX

비중복 증보 III: 알고리즘, 오류, 로드맵 R51-R65

Chapter 91

Open system thermodynamics

91.1 Davies weak coupling limit

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Davies weak coupling limit이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

91.2 Quantum trajectories

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Quantum trajectories이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

91.3 Spohn 부등식과 entropy production

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Spohn 부등식과 entropy production이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

91.4 Full counting statistics

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Full counting statistics이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 92

Quantum optics II

92.1 Jaynes-Cummings 모형

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 Jaynes-Cummings 모형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g(a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 빠대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

92.2 Dispersive regime

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Dispersive regime이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

92.3 Input-output theory

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 Input-output theory이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g (a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{\kappa} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

92.4 Homodyne 측정과 stochastic master equation

핵심. 빛-물질 상호작용은 광자 모드와 원자 전이를 양자화해 cavity QED, 자발방출, 측정 신호를 설명한다. 이 카드의 초점은 Homodyne 측정과 stochastic master equation이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0\omega_k V}} (a_{\mathbf{k}\lambda} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + h.c.) \\ H_{JC} &= \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z + \hbar g (a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+) \\ \Omega_n &= 2g\sqrt{n+1}, \quad F_P = \frac{3}{4\pi^2} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3 \frac{Q}{V_m} \\ a_{out} &= a_{in} - \sqrt{k} a\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 장 모드를 정규화해 양자화하고 dipole/RWA 근사를 적용해 유효 two-level model을 얻는다.

검산과 자가 점검. RWA 유효성, photon number scaling, linewidth와 decay rate 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 광통신, 레이저, cavity, microwave resonator, circuit QED 실험 언어와 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 93

Entanglement와 resource theory

93.1 Entanglement measures

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Entanglement measures이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

93.2 Channel capacities

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 Channel capacities이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

93.3 Resource theory 일반형

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Resource theory 일반형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

93.4 Error correction 조건

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Error correction 조건이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 94

Quantum algorithms III

94.1 Phase estimation

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Phase estimation이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), & |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, & I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P & (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi & (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

94.2 Grover amplitude amplification

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Grover amplitude amplification이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, \quad I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P \quad (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi \quad (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

94.3 Hamiltonian simulation

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Hamiltonian simulation이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

94.4 VQE와 QAOA

핵심. 양자정보는 상태, 채널, 얽힘, 회로, 오류정정 조건을 계산 가능한 선형대수로 바꾼다. 이 카드의 초점은 VQE와 QAOA이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(1 + \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\sigma}), & |\mathbf{r}| \leq 1 \\ S(\rho) &= -\text{Tr } \rho \log \rho, & I(A : B) = S(A) + S(B) - S(AB) \\ PE_a^\dagger E_b P &= C_{ab} P & (\text{Knill-Laflamme}) \\ \text{QFT } |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{y=0}^{N-1} e^{2\pi i xy/N} |y\rangle \\ P(\tilde{\phi}) &\text{ peaked near eigenphase } \phi & (\text{phase estimation})\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태공간을 tensor product로 나누고 채널, 회로, measurement를 CPTP map과 unitary gate로 표현한다.

검산과 자가 점검. unitarity, normalization, no-cloning 조건, error correction syndrome 분리성을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 컴퓨터공학 복수전공 관점에서는 gate complexity, error correction, channel capacity로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 95

Topological order

95.1 국소 대칭깨짐을 넘어서

핵심. 대칭은 보존량, 축퇴, selection rule, Ward identity를 연결하는 연구자용 언어다. 이 카드의 초점은 국소 대칭깨짐을 넘어서이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} U(g_1)U(g_2) &= e^{i\omega(g_1, g_2)}U(g_1g_2) \\ [H, Q] &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\langle Q \rangle = 0 \\ \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad Q = \int d^3x j^0 \\ \Theta^2 &= -1, [H, \Theta] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kramers doublet} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 대칭 변환의 생성자를 찾고 작용 또는 Hamiltonian의 불변성을 이용해 보존량과 selection rule을 얻는다.

검산과 자가 점검. 대칭이 깨지는 항을 빠뜨리지 않았는지, 보존량이 Hamiltonian과 commute하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

95.2 Toric code

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Toric code이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

95.3 Anyon fusion과 braiding

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Anyon fusion과 braiding이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

95.4 Chern-Simons 유효작용

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Chern-Simons 유효작용이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 96

Disorder와 localization

96.1 Anderson 모형

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Anderson 모형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

96.2 Scaling theory

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Scaling theory이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

96.3 비선형 sigma model의 형태

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 비선형 sigma model의 형태이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 97

Semiclassical dynamics

97.1 Bloch wavepacket

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Bloch wavepacket이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

97.2 수정된 상태밀도

핵심. 측정과 잡음은 밀도행렬과 완전양의 trace 보존 지도 위에서 가장 깔끔하게 정리된다. 이 카드의 초점은 수정된 상태밀도이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, & \rho \geq 0, \quad \text{Tr } \rho &= 1 \\ p(m) &= \text{Tr}(E_m \rho), & E_m &= \sum_{\alpha} M_{m\alpha}^{\dagger} M_{m\alpha} \\ \mathcal{E}(\rho) &= \sum_k K_k \rho K_k^{\dagger}, & \sum_k K_k^{\dagger} K_k &= 1 \\ J(\mathcal{E}) &= (\mathcal{E} \otimes \mathcal{I})(|\Phi\rangle \langle \Phi|)\end{aligned}$$

조건. 측정 결과 집합, Kraus 표현, trace 보존 조건을 먼저 확인한다.

유도 뼈대. 큰 계에서 유니타리 진화를 쓴 다음 환경이나 ancilla를 부분추적하여 Kraus/POVM 구조를 얻는다.

검산과 자가 점검. 모든 확률이 양수인지, $\sum K_k^{\dagger} K_k = 1$ 인지, partial trace 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

97.3 Bohr-Sommerfeld-Maslov 양자화

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 Bohr-Sommerfeld-Maslov 양자화이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 98

Quantum metrology II

98.1 Classical Fisher와 Cramer-Rao

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Classical Fisher와 Cramer-Rao이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

98.2 Quantum Fisher information

핵심. 열평형, 비평형 일, 잡음, 계측 한계는 상관함수와 정보량의 형태로 통일된다. 이 카드의 초점은 Quantum Fisher information이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\rho_\beta &= \frac{e^{-\beta H}}{Z}, & Z &= \text{Tr } e^{-\beta H} \\ \langle A(t)B(0) \rangle &= \langle B(0)A(t + i\hbar\beta) \rangle & (\text{KMS}) \\ S_{AA}(\omega) &= \hbar \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \text{Im } \chi_{AA}^R(\omega) \\ \Delta\theta &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu F_Q}}, & F_Q[|\psi\rangle, G] &= 4(\Delta G)^2\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. partition function, response function, Fisher information을 정의한 뒤 convexity와 Cauchy-Schwarz를 사용한다.

검산과 자가 점검. 저온/고온 극한, detailed balance, Cramer-Rao bound의 scaling을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

98.3 Standard quantum limit과 Heisenberg scaling

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 Standard quantum limit과 Heisenberg scaling이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 99

Numerical linear algebra

99.1 Lanczos 알고리즘

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검산하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Lanczos 알고리즘이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \dots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \dots A_L^{s_L}) |s_1 \dots s_L\rangle\end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 빠대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

99.2 Chebyshev 전개

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검산하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Chebyshev 전개이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

99.3 Split-operator FFT

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Split-operator FFT이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

99.4 Quantum Monte Carlo와 sign problem

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검증하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 Quantum Monte Carlo와 sign problem이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 100

Special functions atlas

100.1 Hermite, Laguerre, Legendre

핵심. 조화진동자는 양자장, 포논, 광자, 선형응답, Gaussian state의 공통 기본 블록이다. 이 카드의 초점은 Hermite, Laguerre, Legendre이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} p \right), & [a, a^\dagger] &= 1 \\ H &= \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), & E_n &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \\ |\alpha\rangle &= e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle, & a |\alpha\rangle &= \alpha |\alpha\rangle \\ S(\zeta) &= \exp \left[\frac{1}{2} (\zeta^* a^2 - \zeta a^{\dagger 2}) \right] \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 위치와 운동량을 ladder operator로 선형변환하고 교환관계로 Hamiltonian을 대각화한다.

검산과 자가 점검. zero-point energy, ladder normalization, coherent state의 Poisson 통계를 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

100.2 Bessel과 구면 Bessel

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 Bessel과 구면 Bessel이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

100.3 자유 Green 함수

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 자유 Green 함수이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

100.4 Coulomb 파동함수의 기본형

핵심. 원자와 분자 문제는 중심 퍼텐셜, 전자상관, 유효핵 운동, 선택규칙이 결합된 구조다. 이 카드의 초점은 Coulomb 파동함수의 기본형이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} \right] u_{n\ell} = E u_{n\ell}$$

$$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2}$$

$$H_{SO} = \frac{1}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_e(\mathbf{r}; \mathbf{R}) \chi(\mathbf{R}) \quad (\text{Born-Oppenheimer})$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Born-Oppenheimer 또는 중심 퍼텐셜 분리를 먼저 하고, radial equation과 섭동 보정을 차례로 계산한다.

검산과 자가 점검. reduced mass, degeneracy breaking, selection rule, 단위 eV/J 변환을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 101

Research derivation templates

101.1 새 Hamiltonian을 만났을 때

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 새 Hamiltonian을 만났을 때이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

101.2 Schrieffer-Wolff 계산 틀

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Schrieffer-Wolff 계산 틀이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

101.3 Kubo 공식 유도 틀

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Kubo 공식 유도 틀이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\ \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\ G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\ \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\ E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG}) \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

101.4 Path integral saddle point

핵심. 반고전 근사는 위상과 작용을 중심으로 양자 스펙트럼과 고전 궤도를 연결한다. 이 카드의 초점은 Path integral saddle point이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\psi(x) &\approx \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \exp \left[\pm \frac{i}{\hbar} \int^x p(x') dx' \right] \\ \oint p dq &= 2\pi\hbar \left(n + \frac{\mu}{4} \right) \\ T &\sim \exp \left[-2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} dx \right] \\ K &\simeq \sum_{cl} \left| \det \frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial q_i \partial q_f} \right|^{1/2} e^{iS_{cl}/\hbar - i\nu\pi/2}\end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 작용 ansatz를 넣고 $\hbar$ 차수별로 정리한 뒤 turning point에서는 연결공식을 사용한다.

검산과 자가 점검. turning point 처리, Maslov index, 지수의 부호와 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 102

Common mistakes

102.1 정규화와 델타함수

핵심. 파동함수 표현은 상태벡터를 위치나 운동량 기저의 좌표로 쓴 것이며, 확률 보존은 유니타리성의 국소형이다. 이 카드의 초점은 정규화와 델타함수이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r},t) &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r},t)\right]\psi \\ \rho &= |\psi|^2, \quad \mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \\ \partial_t\rho + \nabla\cdot\mathbf{j} &= 0 \\ \phi(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}\psi(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 상태방정식을 선택한 표현에 투영하고, 복소켈레 방정식과 결합해 보존식 또는 전파자를 얻는다.

검산과 자가 점검. 확률류의 flux와 norm 보존, Fourier 역변환, $\hbar \rightarrow 0$ 극한을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

102.2 Gauge와 위상

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Gauge와 위상이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\
 \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\
 \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\
 \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\
 S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1)
 \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

102.3 Degenerate perturbation을 빼먹는 오류

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 Degenerate perturbation을 빼먹는 오류이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 빼대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

102.4 Open system에서 positivity

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Open system에서 positivity이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 103

Practice problems

103.1 문제 A: 델타 퍼텐셜 self-adjoint extension

핵심. 무한차원 양자역학에서는 연산자의 정의역, 스펙트럼, resolvent가 물리적 경계조건을 결정한다. 이 카드의 초점은 문제 A: 델타 퍼텐셜 self-adjoint extension이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_n |n\rangle \langle n| + \int dE |E\rangle \langle E| \\ A &= \int_{\sigma(A)} \lambda dE_A(\lambda), \quad f(A) = \int f(\lambda) dE_A(\lambda) \\ R_A(z) &= (A - z1)^{-1}, \quad \sigma(A) = \mathbb{C} \setminus \rho(A) \\ &\quad \Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi' \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. 먼저 연산자의 dense domain을 지정하고 adjoint domain과 boundary form을 비교한 뒤 spectral theorem을 적용한다.

검산과 자가 점검. spectrum이 실수축에 있는지, boundary term이 0인지, resolvent 차원이 맞는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

103.2 문제 B: 두 스핀의 시간발전

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 문제 B: 두 스핀의 시간발전이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

103.3 문제 C: Berry phase of spin-1/2

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 문제 C: Berry phase of spin-1/2이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2|jm\rangle &= \hbar^2j(j+1)|jm\rangle \\ J_{\pm}|jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm 1)}|j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm'|T_q^{(k)}|jm\rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'}\langle j'||T^{(k)}||j\rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

103.4 문제 D: Lindblad amplitude damping

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 문제 D: Lindblad amplitude damping이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right) \\ \dot{\rho}_S(t) &= \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig}) \\ H_{\text{eff}} &= H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu} \\ \gamma(-\omega) &= e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)\end{aligned}$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 104

Study roadmap

104.1 학부에서 연구자로 넘어가는 순서

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 학부에서 연구자로 넘어가는 순서이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

104.2 공개 자료별 역할

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 공개 자료별 역할이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Chapter 105

최종 공식 압축 II

105.1 최종 공식 압축 II

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 최종 공식 압축 II이다. 출처 표시는 extended unique addition이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

중복 제거 표시. 이 카드는 extended에서 확인된 R18 이후 비중복 증보 항목으로, final의 R1-R17 반복 증보가 아니다.

Part X

최종 수식 아틀라스와 학습 체크리스트

Chapter 106

연구자용 최종 압축 카드

106.1 QF001. 상태와 확률의 10초 계산

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 상태와 확률의 10초 계산이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

106.2 QF002. 정준 교환관계와 불확정성

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 정준 교환관계와 불확정성이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

106.3 QF003. 전파자와 Green 함수

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 전파자와 Green 함수이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

106.4 QF004. 섭동론의 작은 분모

핵심. 정확히 풀 수 없는 Hamiltonian은 작은 매개변수와 분리된 에너지 스케일을 이용해 유효 이론으로 바꾼다. 이 카드의 초점은 섭동론의 작은 분모이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 E_n^{(1)} &= \langle n^{(0)} | V | n^{(0)} \rangle \\
 E_n^{(2)} &= \sum_{m \neq n} \frac{|V_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\
 c_f^{(1)}(t) &= -\frac{i}{\hbar} \int^t dt' e^{i\omega_{fi}t'} V_{fi}(t') \\
 \Gamma_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \\
 H_{\text{eff}} &= e^S H e^{-S}, \quad [H_0, S] = -V_{od}
 \end{aligned}$$

조건. 작은 매개변수와 에너지 gap이 존재해야 하며 축퇴가 있으면 먼저 부분공간 대각화를 한다.

유도 뼈대. 고유값 방정식이나 시간발전 연산자를 차수별로 전개하고, secular term과 축퇴 부분공간을 별도로 처리한다.

검산과 자가 점검. 분모가 작은 항, 축퇴, secular growth, gauge-dependent quantity를 점검한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

106.5 QF005. 산란에서 flux normalization

핵심. 산란은 경계조건, Green 함수, S 행렬의 unitarity와 해석성으로 정리된다. 이 카드의 초점은 산란에서 flux normalization이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi^{(\pm)}\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0 \pm i0} V |\psi^{(\pm)}\rangle \\ T &= V + V G_0^{(+)} T \\ \psi(\mathbf{r}) &\sim e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \\ f(\theta) &= \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin \delta_\ell P_\ell(\cos \theta) \\ k \cot \delta_0 &= -a_s^{-1} + \frac{1}{2} r_e k^2 + O(k^4) \end{aligned}$$

조건. 입사/출사 경계조건, 상태 정규화, flux normalization, channel 수를 먼저 고정한다.

유도 뼈대. Lippmann-Schwinger 방정식에서 outgoing Green 함수를 선택하고 원거리 asymptotics와 flux를 비교한다.

검산과 자가 점검. unitarity, optical theorem, 저에너지 극한, cross section의 면적 차원을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

106.6 QF006. 스핀과 SU(2)

핵심. 회전대칭은 각운동량 대수와 표현론으로 정리되며 선택규칙과 스핀 구조를 직접 만든다. 이 카드의 초점은 스핀과 SU(2)이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} [J_i, J_j] &= i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, & J^2 |jm\rangle &= \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \\ J_{\pm} |jm\rangle &= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m\pm 1)} |j, m\pm 1\rangle \\ S_i &= \frac{\hbar}{2}\sigma_i, & \sigma_i\sigma_j &= \delta_{ij}1 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \\ \langle j'm' | T_q^{(k)} | jm \rangle &\propto C_{jm,kq}^{j'm'} \langle j' || T^{(k)} || j \rangle \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Lie algebra를 세우고 ladder operator 또는 representation tensor product로 고유공간을 분해한다.

검산과 자가 점검. 양자수 범위, m step, triangle inequality, parity selection을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 문제를 풀 때는 “상태 - 연산자 - 대칭 - 경계조건 - 검산 순서로 다시 적어보면 연구자식 계산 흐름을 만들 수 있다.

106.7 QF007. Berry curvature와 Chern 수

핵심. Bloch band와 many-body wavefunction의 기하학은 Chern 수, Berry 위상, anyon 통계 같은 불변량으로 나타난다. 이 카드의 초점은 Berry curvature와 Chern 수이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle &= E_n(\mathbf{k}) |u_{n\mathbf{k}}\rangle \\ \mathcal{A}_n(\mathbf{k}) &= i\langle u_{n\mathbf{k}} | \nabla_{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}} \rangle \\ \Omega_n &= \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathcal{A}_n, \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} \Omega_{n,z} d^2k \\ \sigma_{xy} &= \frac{e^2}{h} \sum_{n \in occ} C_n \\ S(A) &= \alpha |\partial A| - \log \mathcal{D} + o(1) \end{aligned}$$

조건. gap이 열려 있고 기저 gauge가 patch별로 매끄럽게 정의되는지 확인한다.

유도 뼈대. 고유상태 bundle의 connection을 정의하고 Brillouin zone 또는 parameter space에서 curvature를 적분한다.

검산과 자가 점검. gap closing 없이 불변량이 변하지 않는지, gauge patch 의존성이 사라지는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 위상절연체, 양자 Hall, topological photonics와 연결된다.

106.8 QF008. Lindblad positivity

핵심. 환경과 측정이 있는 계는 비유니터리 동역학, 양자 jump, entropy production으로 기술한다. 이 카드의 초점은 Lindblad positivity이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_{\mu} \left(L_{\mu} \rho L_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}, \rho\} \right)$$

$$\dot{\rho}_S(t) = \int_0^t \mathcal{K}(t-s) \rho_S(s) ds \quad (\text{Nakajima-Zwanzig})$$

$$H_{\text{eff}} = H - \frac{i\hbar}{2} \sum_{\mu} L_{\mu}^{\dagger} L_{\mu}$$

$$\gamma(-\omega) = e^{-\beta\hbar\omega} \gamma(\omega)$$

조건. Born-Markov, secular, weak coupling, bath correlation time 같은 근사를 명시한다.

유도 뼈대. system-bath Hamiltonian에서 projection/Born-Markov 근사를 적용하고 완전양성 조건을 검사한다.

검산과 자가 점검. trace, positivity, detailed balance, steady state가 물리적인지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 회로 잡음, 양자센서, 반도체 qubit의 T_1, T_2 해석과 직접 연결된다.

106.9 QF009. Kubo 공식과 실험응답

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Kubo 공식과 실험응답이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

106.10 QF010. MPS와 entanglement cut

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검산하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 MPS와 entanglement cut이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

106.11 QF011. QEC 조건

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 QEC 조건이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\ \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\ i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\ [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij} \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

106.12 QF012. Keldysh contour

핵심. 다체 양자론은 Fock 공간, Green 함수, 응답함수, 평균장과 재규격화를 통해 집단현상을 계산한다. 이 카드의 초점은 Keldysh contour이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij}, & \{c_i, c_j^\dagger\} &= \delta_{ij} \\
 \psi(\mathbf{r}) &= \sum_i \phi_i(\mathbf{r}) c_i, & H &= \sum_{ij} h_{ij} c_i^\dagger c_j + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} V_{ijkl} c_i^\dagger c_j^\dagger c_l c_k \\
 G(k, i\omega_n) &= \frac{1}{i\omega_n - \xi_k - \Sigma(k, i\omega_n)} \\
 \chi_{AB}^R(t) &= -\frac{i}{\hbar} \theta(t) \langle [A(t), B(0)] \rangle \\
 E_k &= \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (\text{BCS/BdG})
 \end{aligned}$$

조건. 온도, ensemble, Matsubara/real-time convention, 통계부호, cutoff를 고정한다.

유도 뼈대. second quantization으로 Hamiltonian을 쓰고 Green 함수 또는 평균장 decoupling으로 observable을 계산한다.

검산과 자가 점검. sum rule, spectral positivity, 통계부호, analytic continuation을 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 반도체, 초전도, 양자소자, condensed matter 논문을 읽을 때 기본 언어가 된다.

106.13 QF013. Gauge convention 체크

핵심. 전자기장 속 양자입자는 최소결합과 gauge covariance가 핵심이며, 위상효과는 장이 0인 영역에서도 관측될 수 있다. 이 카드의 초점은 Gauge convention 체크이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\phi \\
 \mathbf{A} &\rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \psi \rightarrow e^{iq\chi/\hbar}\psi \\
 \Delta\varphi_{AB} &= \frac{q}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{q\Phi_B}{\hbar} \\
 E_n &= \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{|qB|}{m}
 \end{aligned}$$

조건. 전하 부호, gauge convention, SI/자연단위, 벡터퍼텐셜 선택을 명확히 한다.

유도 뼈대. 최소결합을 적용하고 gauge transformation에서 파동함수 위상과 observable이 불변인지 확인한다.

검산과 자가 점검. gauge-invariant observable만 비교하고, 전하 부호와 phase convention을 확인한다.

전자공학/킴공 연결. 전자기학의 퍼텐셜, gauge, Aharonov-Bohm 위상과 직접 맞물린다.

106.14 QF014. 수치 양자역학 검산 루틴

핵심. 계산 양자역학은 보존량, 수렴성, positivity, unitarity를 검산하면서 근사공간을 키우는 절차다. 이 카드의 초점은 수치 양자역학 검산 루틴이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned} \|\psi(t)\|^2 &= 1, \quad \Delta t \rightarrow 0, N_{basis} \rightarrow \infty \text{ convergence} \\ e^{-i(H_A+H_B)\Delta t} &= e^{-iH_A\Delta t/2} e^{-iH_B\Delta t} e^{-iH_A\Delta t/2} + O(\Delta t^3) \\ HQ_m &= Q_m T_m + \beta_m q_{m+1} e_m^T \quad (\text{Lanczos}) \\ |\psi\rangle &= \sum_{s_1 \cdots s_L} \text{Tr}(A_1^{s_1} \cdots A_L^{s_L}) |s_1 \cdots s_L\rangle \end{aligned}$$

조건. 격자 크기, 시간간격, basis cutoff, truncation error, random seed를 기록한다.

유도 뼈대. 문제를 유한차원으로 절단하고 알고리즘의 보존량과 수렴성을 해석해 오차를 추적한다.

검산과 자가 점검. time step halving, cutoff doubling, exact limit benchmark, conserved quantity drift를 기록한다.

전자공학/컴공 연결. Python/Julia/C++ 구현에서는 sparse matrix, Krylov, tensor network 자료구조로 이어진다.

106.15 QF015. 논문 읽기 표시법

핵심. 상태, 관측량, 시간발전의 세 축으로 식을 배치하면 대부분의 양자역학 문제는 선형대수와 미분 방정식의 결합으로 보인다. 이 카드의 초점은 논문 읽기 표시법이다. 출처 표시는 fresh final atlas이며, extended와 겹치는 항목은 중복 삽입하지 않았다.

대표식.

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \sum_n c_n |n\rangle, & \sum_n |c_n|^2 &= 1 \\
 \langle A \rangle &= \langle \psi | A | \psi \rangle = \text{Tr}(\rho A) \\
 i\hbar \partial_t |\psi\rangle &= H |\psi\rangle \\
 [x_i, p_j] &= i\hbar \delta_{ij}
 \end{aligned}$$

조건. 먼저 상태 정규화, 연산자 정의역, 기저 convention, $\hbar$ 단위, 경계조건을 고정한다.

유도 뼈대. Hamiltonian을 정하고 완비기저를 넣은 뒤, 기대값이나 확률을 trace 또는 inner product로 정리한다.

검산과 자가 점검. 확률합이 1인지, 기대값이 실수인지, 시간발전이 norm을 보존하는지 확인한다.

전자공학/컴공 연결. 전자공학에서는 상태공간을 신호공간, Hamiltonian을 선형 시스템 행렬처럼 보고 고유모드와 시간응답을 비교하면 이해가 빠르다.

마지막 학습 루틴

매주 한 번 다음 네 가지를 반복한다. 첫째, 임의의 Hamiltonian을 하나 골라 고유값 문제, 시간발전 문제, 측정 문제로 각각 다시 쓴다. 둘째, 같은 문제를 행렬표현, 파동함수표현, 경로적분 표현 중 두 가지 이상으로 적어본다. 셋째, 정확해가 있는 한계, 보존량, 차원분석으로 답을 검산한다. 넷째, 실험 observable 또는 수치 알고리즘과 연결되는 양을 하나 찾아본다.

이 문서는 답안지가 아니라 연구자식 지도다. 한 카드마다 “대표식만 암기”하지 말고, 그 식이 성립하는 조건과 깨지는 조건을 같이 말할 수 있어야 한다. 그 설명을 한 문장으로 할 수 있으면 다음 카드로 넘어가도 된다.

참고자료 성격

이 PDF는 업로드된 final 및 extended 문서의 주제 구조를 바탕으로 새로 재구성한 공부용 정리본이다. 표준 교재와 공개 강의자료에서 공통으로 쓰이는 기호와 공식을 중심으로 썼으며, 특정 교재의 문장, 도표, 문제 해설을 복제하지 않았다. 더 깊게 공부할 때는 MIT OCW Quantum Physics/Quantum Theory, Feynman Lectures Vol. III, David Tong 강의노트, Preskill 양자정보 노트, NIST/CODATA 상수표, QuTiP/Qiskit 문서를 함께 대조하면 좋다.